Edição 2014 - Gabarito Oficial - Nível Jr e Sr

Questão 1 – Língua Estrangeira – 7 pontos

As perguntas podem ser inúmeras: maior, menor, par ou ímpar, pertencentes ou não aos divisores de 6, ...

A dificuldade está na escolha adequada das perguntas.

Exemplo de solução: 1) O número é par? 2) É superior a 3? 3) É múltiplo de 3?

Questão 2 – *Equilíbrio* – 5 pontos

Considerando **a** e **b** como a quantidade de cubos sobre os pratos A e B, para que os pratos fiquem em equilíbro é necessário que: $8^3 \times a = 12^3 \times b$, que simplificando, $8a = 27b$.

Os menores valores possíveis (não nulos) são: a = 27 e b = 8.

Assim, o equilíbrio ocorrerá quando forem colocados 27 cubos pequenos à esquerda e 8 grandes à direita.

Questão 3 – *Desidratando maçãs* – 7 pontos

Os 5 kg de maçã são constituídos por 80% de água, isto é, 4 kg são água e 1 kg é matéria seca.

Após a desidratação, restará sempre 1 kg de matéria seca representando 40% da maçã desidratada.

Os 60% de água corresponderão então a 1,5 kg.

As maçãs desidratadas pesam 2,5 kg.

Questão 4 – *Bom apetite* – 5 pontos

É mais fácil calcular o volume que resta após os cortes, do que os volumes das fatias.

	1º. dia	2º. dia	3º dia	4º dia	5º dia	6º dia	7º dia	8º dia	9º dia	10º dia
Volume inicial (cm^3)	10^3	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3
Volume restante (cm^3)	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3	0
Volume ingerido (cm^3)	**271**	**217**	**169**	**127**	**91**	**61**	**37**	**19**	**7**	**1**

Questão 5 – *Curiosity !* – 7 pontos

Aplicação do Teorema de Tales e interpretação das informações fornecidas. Avaliar a resposta considerando a argumentação utilizada.

Se Phobos encobrisse completamente o Sol, seu diâmetro seria, utilizando-se o Teorema de Tales:

$\dfrac{D}{1{,}4\times 10^6}=\dfrac{6\,000}{2{,}4\times 10^8}$ portanto $D \approx 35$ km.

No entanto pela foto, mede-se um diâmetro aparente de 2,4 cm para 4,2 cm para o Sol. (**considerar variações nas medidas devido ao processo de cópia das provas e à irregularidade da forma do satélite!**)
O diâmetro aparente de Phobos então é 4/7 do diâmetro do Sol.

Portanto o diâmetro real de Phobos é igual a $35 \times 4/7 = 20$ km

O diâmetro real de Phobos é aproximadamente igual a 20 km.

Questão 6 – *Contando vitórias* – 5 pontos

Sabe-se que a soma de todos os números das questões ultrapassa 2014.

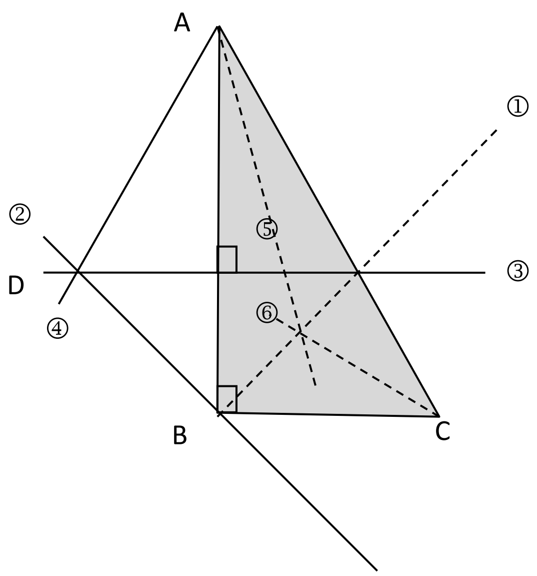
Pode-se aplicar a fórmula da soma $S_n = \dfrac{n\times(n+1)}{2}$. Considerando que $S_{62} < 2014 < S_{63}$.

$S_{63} = 2016$. $2014 = 2016 - 2$

Portanto podemos concluir que o concurso possuía 63 perguntas e **Barnabé errou a segunda.**

Os estudantes que não conhecerem a fórmula da soma, poderão chegar ao resultando fazendo tentativas utilizando uma calculadora. Essa opção não é tão árdua.

Questão 7 – *Esquadro para todos* – 7 pontos



Há inúmeras soluções para esse problema. A justificativa deverá ser lida atentamente. Uma das construções possíveis é:

A bissetriz do ângulo reto é fácil de ser obtida ①.

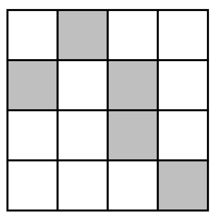
As etapas ②, ③ e ④ permitem se construir o ângulo simétrico do ângulo $\widehat{BAC}$ em relação à reta (AB).

⑤ Um ângulo de 45 ° do vértice A é traçado no lado [AD].

Obtem-se a bissetriz em relação ao vértice A.

Utilizando-se o fato de que as três bissetrizes de um triângulo são concorrentes, pode-se traçar a terceira bissetriz em relação ao vértice C, etapa ⑥.

Questão 8 – *Pintando de cinza* – 5 pontos



Segue ao lado a grade solução.

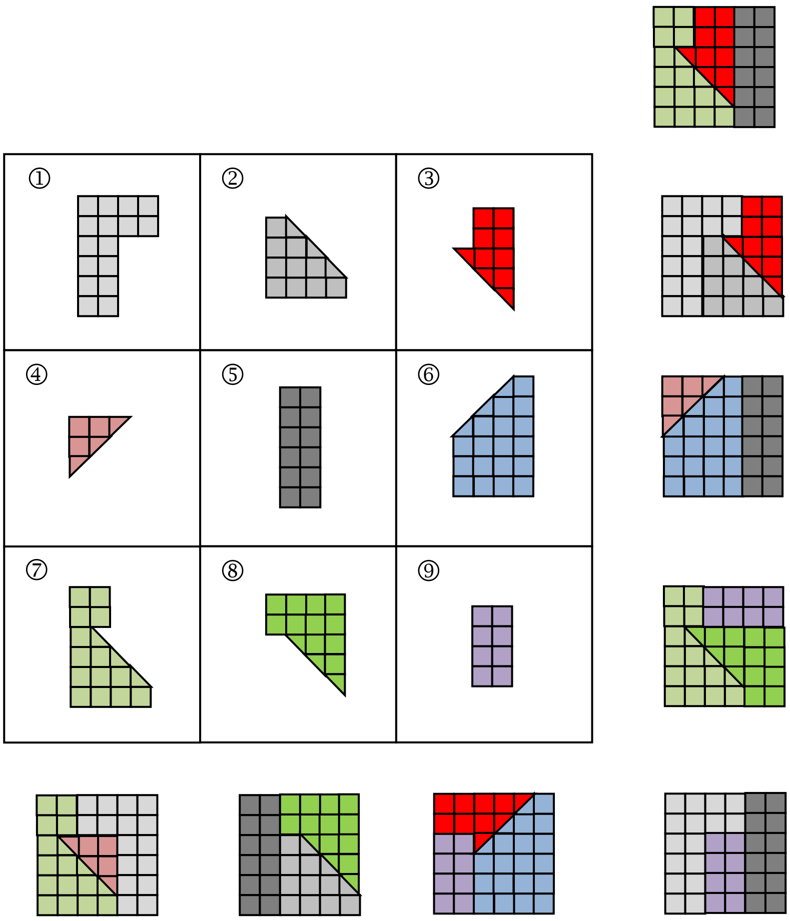
<u>Questão 9 – *Quadrado mágico geométrico* – 7 pontos</u>

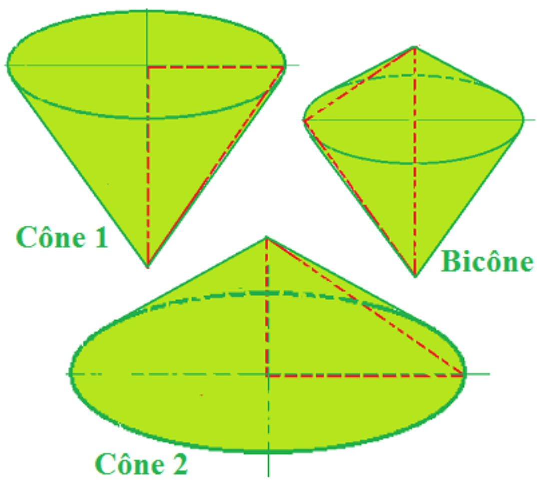
Para começar temos que seguir rigorosamente algumas observações:

A segunda coluna permite apenas uma forma para a casa 8.

Da mesma maneira a diagonal para baixo permite apenas um forma para a casa 9.

A partir daí, pode-se deduzir as formas para completar as outras casas.





Questão 10 – Giro de esquadro – 10 pontos

Volume do cone 1 : $\dfrac{16\times 12^2\times\pi}{3}=768\pi$

Volume do cone 2 : $\dfrac{12\times 16^2\times\pi}{3}=1024\pi$

Volume do bicone :

Em primeiro lugar calcula-se o comprimento do terceiro lado

do esquadro e depois o comprimento da terceira altura do triângulo.

$$\frac{20\times 9{,}6^2\times\pi}{3}=614{,}4\pi\,.$$

Lucas não está certo em em sua dedução.

Questão 11 – O exército de números 1 – 5 pontos

Com auxílio da calculadora, os alunos chegarão facilmente a 111 111.

Reagrupando-se os algarismos de N em pacotes de 6, teremos 335 pacotes, seguido por 4 números um.

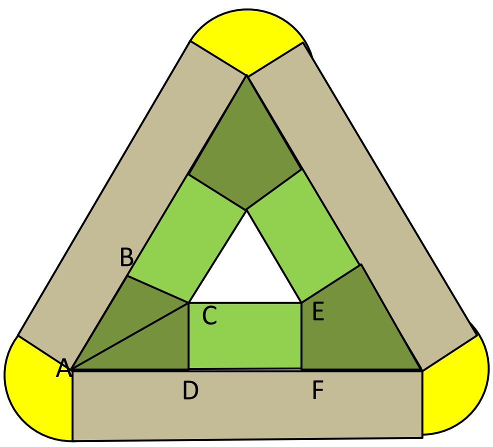
1 111 = 158 $\times$ 7 + 5

Portando se conclui que o resto da divisão de N por 7 é igual a 5.

Questão 12 – *Bem jogado* – 7 pontos

Jan toma o dado A	B bate A com proba 1/3	C bate A com proba 5/9	D bate A com proba 2/3	Lena toma o dado C ou D
Jan toma o dado B	A bate B com proba 2/3	C bate B com proba 1/3	D bate B com proba 1/2	Lena toma o dado A
Jan toma o dado C	A bate C com proba 4/9	B bate C com proba 2/3	D bate C com proba 1/3	Lena toma o dado B
Jan toma o dado D	A bate D com proba 1/3	B bate D com proba 1/2	C bate D com proba 2/3	Lena toma o dado C

Questão 13 – Para fazer a cabra – 10 pontos



A área em que a cabra pode pastar pode ser dividida em três retângulos, 3 setores circulares (em amarelo) e um triângulo vazado. Restará um pequeno triângulo no centro do triângulo formado pelos trilhos. Os três setores circulares podem ser combinados em um disco com área 4π m^2.

Os três retângulos externos aos trilhos possuem uma área igual a: 3 $\times$ 10 $\times$ 2 = 60 m^2.

O quadrilátero ABCD é composto de dois triângulos retângulos justapostos com ângulos internos iguais a

30° e 60°.

BC = 2 m e AC = 4 m.

A área desse quadrilátero é portanto igual a a: $4\sqrt{3}$ m^2.

Tendo AD = $2\sqrt{3}$, deduz-se que DF = $10-4\sqrt{3}$ e a área do retângulo DCEF é igual a $20-8\sqrt{3}$.

Portanto a área da superfície em que a cabra pode pastar dentro do trilho é então:

$3\times 4\sqrt{3}+3\left(20-8\sqrt{3}\right)=60-12\sqrt{3}$ m^2.

A área total da superfície sobre a qual a cabra pode pastar é

$4\pi+60+60-12\sqrt{3}=120+4\pi-12\sqrt{3}$ $\approx$ **111,78 m^2**.